

This article was downloaded by: [Tomsk State University of Control Systems and Radio]

On: 23 February 2013, At: 06:47

Publisher: Taylor & Francis

Informa Ltd Registered in England and Wales Registered Number: 1072954

Registered office: Mortimer House, 37-41 Mortimer Street, London W1T 3JH, UK



## Molecular Crystals and Liquid Crystals

Publication details, including instructions for authors and subscription information:

<http://www.tandfonline.com/loi/gmcl16>

### Quelques Aspects de la Théorie des Transitions du Deuxième Ordre

N. Boccara<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Service de Physique du Solide et de Résonance Magnétique, Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, BP no 2, 91190, Gif-sur-Yvette, France

Version of record first published: 28 Mar 2007.

To cite this article: N. Boccara (1976): Quelques Aspects de la Théorie des Transitions du Deuxième Ordre, *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 32:1, 1-4

To link to this article: <http://dx.doi.org/10.1080/15421407608083611>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

Full terms and conditions of use: <http://www.tandfonline.com/page/terms-and-conditions>

This article may be used for research, teaching, and private study purposes. Any substantial or systematic reproduction, redistribution, reselling, loan, sub-licensing, systematic supply, or distribution in any form to anyone is expressly forbidden.

The publisher does not give any warranty express or implied or make any representation that the contents will be complete or accurate or up to date. The accuracy of any instructions, formulae, and drug doses should be independently verified with primary sources. The publisher shall not be liable for any loss, actions, claims, proceedings, demand, or costs or damages

whatsoever or howsoever caused arising directly or indirectly in connection with or arising out of the use of this material.

# Quelques Aspects de la Théorie des Transitions du Deuxième Ordre

N. BOCCARA

*Service de Physique du Solide et de Résonance Magnétique, Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, BP no 2, 91190 Gif-sur-Yvette, France*

L'interprétation théorique des phénomènes physiques accompagnant les transitions du deuxième ordre a, ces dernières années, fait d'énormes progrès. Des concepts nouveaux se sont dégagés et des nouvelles méthodes ont été mises au point.

## 1 LE MODÈLE DE LANDAU

Formulée en 1937, la théorie de Landau<sup>1</sup> a fourni un cadre permettant d'interpréter les transitions avec paramètre d'ordre observées depuis cette date dans de très nombreux domaines de la physique: magnétisme, ferro-électricité, superfluidité, alliages, cristaux liquides, etc. Cette théorie repose, d'une part, sur des arguments de symétrie et, d'autre part, sur des considérations thermodynamiques.

Etant donné un système présentant une transition s'accompagnant de la perte de certains éléments de symétrie, la théorie des groupes permet de déterminer le paramètre d'ordre qui caractérise la transition et de prévoir, dans certains cas, l'ordre de celle-ci. Ces considérations de symétrie, qui, jusqu'à présent, ont toujours conduit à des résultats en accord avec l'expérience, présentent un grand intérêt et elles devraient constituer la première étape de toute tentative d'interprétation théorique d'une transition nouvelle.

Pour appliquer correctement la théorie des groupes, il est essentiel d'élucider, au moins dans ces grandes lignes, le mécanisme de la transition. Ainsi, dans le cas d'une transition structurale, la théorie des groupes ne s'applique pas de la même manière si la transition est displacive ou du type ordre-désordre.<sup>2</sup>

Les raisonnements thermodynamiques reposent sur l'hypothèse que l'énergie libre, au voisinage du point de transition, est une fonction analytique du paramètre d'ordre et de la température; ils permettent d'étudier les comportements des diverses grandeurs physiques lorsqu'on s'approche de la température de transition. De nombreuses théories microscopiques, de par la nature des approximations qui sont faites (champ moléculaire, méthode de Hartree), prévoient des comportements identiques à ceux de la théorie de Landau. Ces résultats sont infirmés par l'expérience et on sait aujourd'hui que l'énergie libre d'un système, au voisinage d'un point de transition du deuxième ordre, ne jouit pas des propriétés d'analyticité supposées par Landau. Cependant ces théories peuvent rendre de grands services si on ne s'intéresse qu'à une description qualitative de la transition et si on n'étudie pas les phénomènes critiques.

## 2 PHÉNOMÈNES CRITIQUES

On appelle phénomènes critiques les phénomènes qui se manifestent au voisinage immédiat d'un point de transition du deuxième ordre. Ces dernières années de très nombreux travaux leur ont été consacrés. Ces travaux, tant théoriques qu'expérimentaux, ont mis l'accent sur les insuffisances du modèle de Landau et se sont efforcés de déterminer les lois asymptotiques qui gouvernent l'approche du point de transition. Le comportement de chacune des grandeurs physiques singulières est caractérisé par un exposant critique. Ainsi le paramètre d'ordre s'annule comme  $(T_0 - T)^\beta$  tandis que la chaleur spécifique et la susceptibilité relative au paramètre d'ordre dans la phase ordonnée divergent, respectivement, comme  $(T_0 - T)^{-\alpha'}$  et  $(T_0 - T)^{-\gamma'}$ .<sup>3</sup>  $T_0$  désigne la température de transition et la phase ordonnée est supposée être stable à basse température. La théorie de Landau donne  $\alpha' = 0$  (discontinuité),  $\beta = 1/2$  et  $\gamma' = 1$ . La solution exacte du problème d'Ising à deux dimensions, trouvée par Onsager et complétée par Yang et Fisher, donne, au contraire,  $\alpha' = 0$  (divergence logarithmique),  $\beta = 1/8$  et  $\gamma' = 7/4$ .

Le calcul de nombreux exposants critiques à l'aide d'ordinateurs et la solution de quelques problèmes exactement solubles ont révélé que seul un petit nombre d'exposants critiques étaient indépendants et que les valeurs de ceux-ci étaient fonction, essentiellement, de deux paramètres.

L'existence de relations entre les divers exposants critiques s'interprète aisément si on suppose qu'au voisinage du point de transition l'énergie libre et les fonctions de corrélation obéissent à des propriétés d'homogénéité.<sup>4</sup> Si, par exemple, on considère les exposants critiques définis plus haut on a  $\alpha' + 2\beta + \gamma' = 2$ .

Les valeurs des exposants critiques sont relativement universelles. On entend par là qu'elles sont indépendantes de nombreux détails caractéristiques du système. Si on considère, par exemple, un système isotrope, on trouve que les exposants critiques ne dépendent que de la dimensionnalité  $d$  de l'espace physique et du nombre de degrés de liberté  $n$  du paramètre d'ordre. Le modèle d'Ising bidimensionnel correspond à  $d = 2$ ,  $n = 1$  et l'hélium 4 superfluide à  $d = 3$ ,  $n = 2$ .

Cette propriété, que confirme l'expérience, donne lieu à un phénomène intéressant observable sur des solides organiques. Si on étudie un cristal ferromagnétique ayant une structure en couches telle que les interactions entre spins d'une même couche soient fortes tandis que les interactions entre spins appartenant à des couches différentes soient faibles, on trouve que ses exposants critiques sont ceux d'un système bidimensionnel si l'écart entre la température à laquelle on effectue la mesure et la température de transition est grand devant les interactions entre couches, mais dès que l'écart de température est de l'ordre des interactions entre couches, le comportement critique devient celui d'un système tridimensionnel. Ce phénomène, dit de "cross-over", a été étudié pour la première fois par Riedel et Wegner<sup>5</sup> qui en ont donné une théorie reposant sur les propriétés d'homogénéité de l'énergie libre.

Pour parfaire notre compréhension des phénomènes critiques il nous faut expliquer l'origine des propriétés d'homogénéité et savoir calculer les exposants critiques en fonction des paramètres  $d$  et  $n$ . Le premier pas dans cette direction a été fait par Wilson<sup>6</sup> qui, en 1972, a donné une théorie perturbative permettant d'exprimer, pour toute valeur de  $n$ , les exposants critiques sous la forme d'une série de puissances de  $\varepsilon = 4 - d$ . Cette théorie très intéressante a un caractère un peu mystérieux mais les raisons de son succès apparaissent clairement si on fait appel à la technique du groupe de renormalisation. Cette méthode utilisée par Wilson<sup>7</sup> a permis d'obtenir de façon beaucoup plus naturelle les développements en puissances de  $\varepsilon$  et de justifier les propriétés d'homogénéité.

## Bibliographie

1. L. D. Landau, *Zh. éksp. teor. Fiz.*, 7, 19 (1937); 7, 627 (1937) (en russe). Traduction anglaise dans *Collected Papers of L. D. Landau*, edited by D. Ter Haar. Pergamon Press, Oxford 1965, p. 193.
2. On trouvera de nombreux exemples d'application de la théorie des groupes illustrant ce qui vient d'être dit dans N. Boccara, *Symétries Brisées*, à paraître, Hermann Editeurs, Paris, chap. 1.
3. Les définitions des exposants critiques et les notations consacrées par l'usage sont pour la plupart dues à M. Fisher, *Rep. Prog. Phys.*, 30, 615 (1967).

4. Ces hypothèses sont dues à B. Widom, *J. Chem. Phys.*, **43**, 3898 (1965) et L. Kadanoff, *Physics*, **2**, 263 (1966). Pour plus de détails sur ces questions voir N. Boccara, *Symétries brisées*, chap. 6.
5. E. Riedel et F. Wegner, *Z. Physik*, **225**, 195 (1969).
6. K. G. Wilson, *Phys. Rev. Lett.*, **28**, 548 (1972).
7. Voir K. G. Wilson et J. Kogut, *Phys. Reports*, **C12**, 75 (1974).